Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.
Historisk-filologiske Meddelelser. **XXVI**, 7.

ÜBER EINE METHODE ZUR DISTANZBESTIMMUNG ALEXANDRIA — ROM BEI HERON II

VON

O. NEUGEBAUER

KØBENHAVN
EJNAR MUNKSGAARD
1939

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs Publikationer i 8vo:

Oversigt over Det Kgl. Danske Videnskabernes
Selskabs Virksomhed,
Historisk-filologiske Meddelelser,
Archæologisk-kunsthistoriske Meddelelser,
Filosofiske Meddelelser,
Mathematisk-fysiske Meddelelser,
Biologiske Meddelelser.

Selskabet udgiver desuden efter Behov i 4to Skrifter med samme Underinddeling som i Meddelelser.

Selskabets Adresse: Dantes Plads 35, København V.

Selskabets Kommissionær: *Ejnar Munksgaard*, **Nørregade 6**, København K.

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab.
Historisk-filologiske Meddelelser. **XXVI,** 7.

ÜBER EINE METHODE ZUR DISTANZBESTIMMUNG ALEXANDRIA — ROM BEI HERON II

VON

O. NEUGEBAUER

KØBENHAVN
EJNAR MUNKSGAARD
1939

Printed in Denmark.
Bianco Lunos Bogtrykkeri A/S

1. Meine als Heft 2 von Bd. 26 dieser Mitteilungen veröffentlichte Untersuchung gleichen Titels[1] über Kap. 35 von Herons »Dioptra« erfuhr nach Abschluss des Druckes noch zwei Ergänzungen. Die eine betreffend Prof. A. ROMES Priorität hinsichtlich der Erklärung des von Heron geschilderten Verfahrens konnte ich noch als Korrekturzusatz aufnehmen. Die zweite verdanke ich Herrn Mag. A. G. DRACHMANN und sie ist für die behandelte Frage so wesentlich, dass ich sie doch zum Gegenstand einer besonderen Veröffentlichung machen zu müssen glaube, um so mehr, als sich daraus auch für eine viel diskutierte Frage aus Diophants Schriften ein neuer Angriffspunkt zu bieten scheint.

Den Ausgangspunkt für meine Untersuchung von Dioptra 35 bildete der Satz des Herausgebers H. SCHÖNE: »Für dieses schwierige und stark verderbte Kapitel, zu dessen Verständnis noch vieles fehlt, konnte eine genügende Figur nicht gegeben werden«. Ich habe diesen Satz natürlich so aufgefasst, dass eine Figur in den Handschriften nicht existiert, zumal auch an keiner Stelle des Apparates irgendetwas von Figuren erwähnt wird. Tatsächlich hätte der Satz des Herausgebers aber lauten müssen: »Die beiden Figuren, die die Haupthandschrift[2] Par. suppl. gr. 607 am Ende dieses Kapitels

[1] Im Folgenden als [1] zitiert. Die Bedeutung der übrigen Zitate ist im Literaturverzeichnis zu [1] finden, falls sie nicht am Schluss der vorliegenden Note angegeben ist. — Druckfehler in [1]: lies S. 14 Zeile 13 von unten Ξ statt Ψ.

[2] SCHÖNE, Heron III p. XII: »longe antiquissimus«.

enthält, habe ich einfach weggelassen, weil ich sie nicht verstand«. Eine Photographie von fol. 80ʳ dieses Manuskriptes, die Herr Drachmann so freundlich war mir zuzusenden, zeigt nämlich wohlerhalten jene *beiden* Figuren, deren Annahme ich als »den Schlüssel für das Verständnis« des Textes bezeichnet habe[3] und die ich hier als Fig. 1 mit

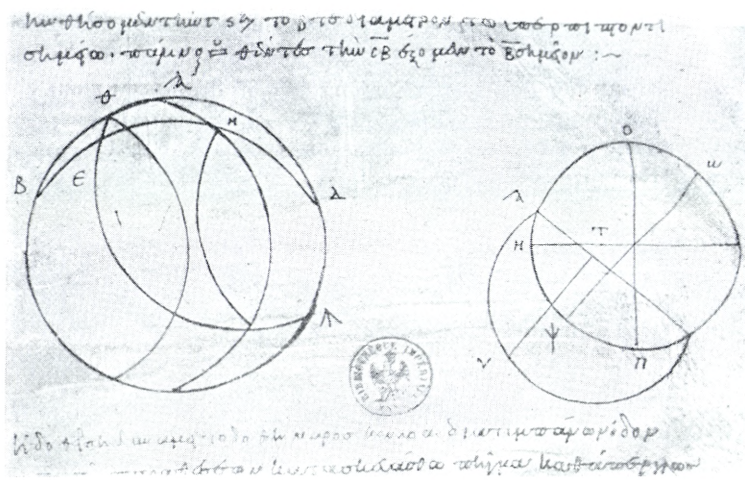

Fig. 1.

freundlichem Einverständnis von Herrn Drachmann und mit Genehmigung der Bibliothèque Nationale veröffentliche. So ergab sich also die Möglichkeit, eine theoretische Rekonstruktion mit der Empirie nachträglich zu vergleichen — ein seltener Glücksfall in den historischen Wissenschaften!

2. Wir beginnen die Diskussion der Figuren des Ms. mit dem Analemma von Rom (Fig. 1 rechts bezw. [1] Fig. 4). Zunächst sind einige Flüchtigkeiten in der Figur des Ms. ohne weiteres zu korrigieren: die Linie YT muss natürlich im Punkt T den Horizont treffen, ferner sind die in Fig. 2 S. 6. in [ ] eingeschlossenen Buchstaben hinzuzufügen und statt N

[3] [1] S. 4.

hat das Ms. H, statt P ein A′; schliesslich gehört die Gnomonspitze O eigentlich in den Mittelpunkt des Meridiankreises, wenn man nicht einfach den ganzen zum Horizont senkrechten Durchmesser als Gnomon bezeichnet hat. Die nicht durch Abschreiberflüchtigkeit entstellte Textfigur hatte also das Aussehen von Fig. 2 S. 6. Sie unterscheidet sich von meiner Figur 4 in [1] nur dadurch, dass ich die Achse ΨΩ senkrecht stellen zu müssen meinte. Mich veranlasste hierzu das *τετραγώνου* Dioptra p. 306,5 und 306,20 ([1] S. 14 bzw. 18), das ich nur als Ausdruck für einen Bogen von 90° verstehen konnte, woraus sich dann die senkrechte Stellung von ΨΩ mit Notwendigkeit ergibt. Rome [1] p. 240 Anm. 1 hat dagegen die erste Stelle folgendermassen abzuändern vorgeschlagen:

Schöne:	Rome:
καὶ τῇ ΞΩ περιφερείᾳ ὁμοίᾳ κείσθω ἡ ⟨‚Α‚Β⟩, ἀπὸ δὲ τοῦ ς‚ Α τετραγώνου κείσθω ἡ ‚Α‚ΒΖ·	*καὶ τῇ ΞΩ περιφερείᾳ ὁμοίᾳ ἀπὸ δὲ τοῦ ‚Α‚ τετραγώνου κείσθω ἡ ‚Α‚Β.*

und übersetzt

> (Sur l'arc EA′) prenons à partir de A′ un arc A′B′ semblable à ΞΩ et faisant partie du quadrilatère (A′B′ZH).

Das Wesentliche dabei ist also, dass er einerseits das ςA′ des Textes ganz streicht, andererseits nach *τετραγώνου* ein A′B′ZH einschaltet und es als Bezeichung für ein durch diese Punkte bestimmtes sphärisches Viereck auffasst[4]. Dadurch wird der Punkt A′ nicht, wie ich es annehmen musste ([1] Fig. 3), Schnittpunkt des Horizonts und Meridians von Rom,

[4] Entsprechend übersetzt er dann auch 306,20 als »A′B′ qui fait partie du quadrilatère« (Rome [1] p. 241).

sondern Schnittpunkt des Meridians von Rom und des Aequators ΑΗΓ. Bei dieser Lage von Α′ ist dann in der Tat der Bogen Α′Β′ in der Halbkugel gleich der Polhöhe von Rom, also ΞΩ im Analemma der Textfigur (vgl. Fig. 2).

Die auf diese Weise durchgeführte Konstruktion von Β′ ist etwas einfacher als die von mir angenommene, ergibt

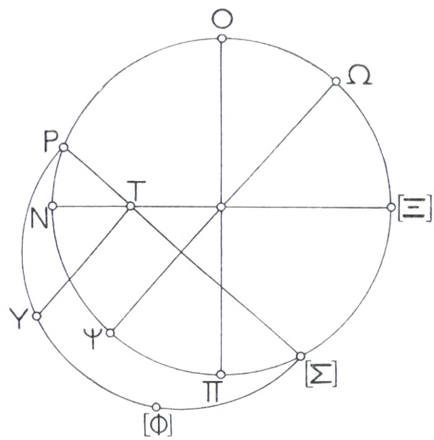

Fig. 2.

dafür aber auch nicht die Lage des Horizontes von Rom; das Resultat ist selbstverständlich das gleiche. Die Übereinstimmung der Textfigur mit der von Rome (Rome [1] p. 239) zeigt, dass *τετράγωνον* hier tatsächlich als »sphärisches Viereck« zu interpretieren ist und der Terminus *ἄξων* auch bei Heron nur als Weltachse gebraucht wird, wie bei Vitruv[5].

3. Was nun die im Manuskript links gegebene Darstellung der Halbkugel anlangt (vgl. oben S. 4 Fig. 1) so wird sie unmittelbar verständlich, wenn man die von mir rekonstruierte Textfigur [1] Fig. 5 um 90° gedreht ansieht und sich den Bogen ΔΒ statt nach rechts nach links gekrümmt

[5] Vitruv p. 216,24.

gezeichnet denkt. Man erkennt dann sogleich alle Bogen der Figur des Manuskriptes wieder[6], wobei man nur A′ in A zu verbessern hat und einige Buchstaben hinzufügen muss. Man erhält dann als ursprüngliche Figur des Textes die hier als Fig. 3 angegebene Zeichnung. Die Figur des codex

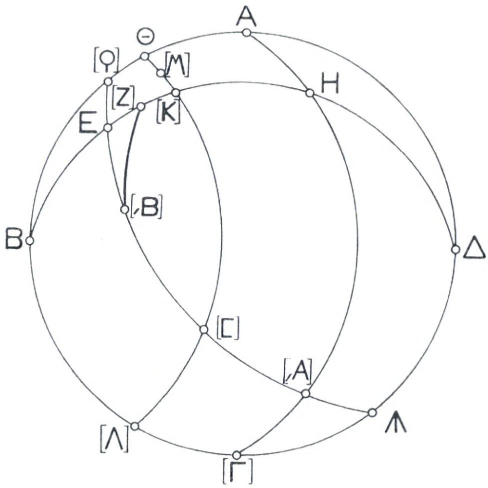

Fig. 3.

hat nur den Bogen A′B′E irrtümlich in den Punkt Θ hineingezogen[7] und schliesslich den Bogen ZB′ viel zu hoch angebracht, so dass er von H auszugehen und in A′ zu münden scheint, was natürlich sinnlos ist. Das ist offenbar durch die Beschränktheit des Raumes in der Umgebung von E verursacht worden. Damit ist die Bedeutung der beiden Textfiguren vollständig erklärt.

4. Die Halbkugelfigur des Ms. zeigt aber noch ein neues Element gegen den Wortlaut des Textes, nämlich am Ende des Bogens EB′ das Zeichen /\, das uns von ganz anderer

[6] Auf Grund der vorangehenden Ausführungen ist selbstverständlich auch in [1] Fig. 5 der Schnittpunkt von AHΓ mit EB′ als A′ zu bezeichnen.

[7] Über die Ursache dieses Irrtums vgl. unten S. 9.

Seite her in der griechischen Mathematik wohl bekannt ist, nämlich als Subtraktions-Symbol bei Diophant[8]. Da die Herkunft dieses Zeichens bei Diophant umstritten ist (man schwankt zwischen drei Annahmen: einem auf den Kopf gestellten und abgestutzten ψ[9], einer Ligatur von λ und ι[10] und schliesslich Sampi[11]), so ist sein Vorkommen hier um so wichtiger, als seine Herkunft in unserer Figur mit völliger Sicherheit festgestellt werden kann.

Verfolgt man nämlich den Text von Dioptra 35, so bemerkt man unmittelbar, dass die Einführung der Buchstaben genau dem griechischen Alphabet folgt unter alleiniger Übergehung des I[12]. Dann kommt im Text noch Digamma (C) und schliesslich beginnt es wieder mit A′ und B′. Nun zeigt die Figur des Manuskriptes, dass das Zeichen ⩘ an dem einen Ende des Bogens EC steht. Es kann also hier keinem Zweifel unterliegen, dass ⩘ einfach Sampi ist in einer auch sonst in alten Manuskripten bekannten Form[13], denn der Bogen, dessen eines Ende ⩘ bildet (der Meridian von Rom), kommt gerade nach Einführung des C und vor

[8] Vgl. Diophant II ed. Tannery Index p. 274 s. v. λείπειν und λεῖψις.

[9] Mit Recht hält Heath, Diophant p. 42 diese Ansicht für sehr gekünstelt und unwahrscheinlich, obwohl sie sich bereits in dem uns überlieferten Text der »Arithmetik« findet (Diophant I, 12,20 f.).

[10] Heath, Diophant p. 42 ff. Heaths Begründung ist die folgende: in seeking an abbreviation for λεῖψις and cognate for inflected forms from λιπ, he began by taking the initial letter of the word. Nun sei λε wegen der Zahlbedeutung 35 ausgeschlossen, also habe Diophant λι gewählt und um alle Verwechslungen auszuschliessen das ι *in* das λ geschrieben. Ich gestehe dass mir diese Theorie einer Abkürzung aus dem Aoriststamm ebenfalls recht künstlich erscheint.

[11] Vgl. Tannery [1] S. 209; sowie Heath, Diophant p. 43.

[12] Vermutlich übergangen, weil ein einzelner Strich sich nicht gut zur Beschriftung einer Zeichnung eignet. Dieses Verfahren lässt sich auch sonst bei der Bezeichnung der Punkte in den Figuren der griechischen mathematischen Werke beobachten.

[13] Vgl. Keil [1] S. 271.

Benutzung von A′ ins Spiel (Dioptra p. 306,3 oder [1] S. 13). Wollte man also seine beiden Endpunkte am Horizont von Alexandria bezeichnen, so kamen nun ϙ und Ͳ an die Reihe und Ͳ hat unsere Figur noch bewahrt. Dagegen kam ϙ in der Figur neben ⊙ zu stehen und dies gab vermutlich Anlass zur irrtümlichen Identifizierung dieser beiden Punkte, die wir oben erwähnt haben.

Damit ist also völlig gesichert, dass hier Ͳ als Sampi zu lesen ist. Nun wissen wir andererseits, dass Heron dieses

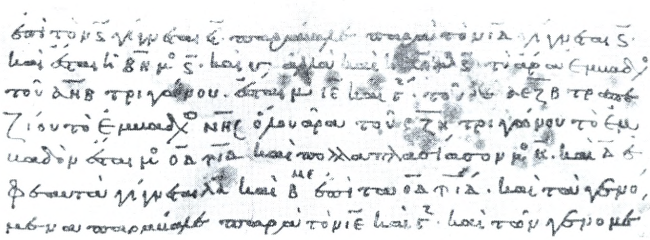

Fig. 4.

Zeichen in seiner »Vermessungslehre« auch für die Subtraktion verwendet[14], ganz ebenso wie Diophant. Die Zeichenform ist aus Fig. 4 Zeile 5 und 6 von oben erkennbar[15] und ist als gleichwertig mit Ͳ bekannt[16]. Da nicht die geringste Ursache für die Annahme besteht, dass dem gleichen Zeichen an den verschiedenen Stellen bei Heron eine verschiedene Entstehungsgeschichte zuzuschreiben ist, so spricht alles dafür, dass von den oben genannten drei Annahmen

[14] Tannery [1] p. 208 f.

[15] In Fig. 4 sind die ersten Zeilen von fol. 103^r des Istanbuler Ms.'s der Vermessungslehre reproduziert. Ich verdanke diese Photokopie der freundlichen Bemühung von Prof. Ritter, Istanbul. — Übrigens zeigt diese Photokopie, dass Schöne's Angabe in seiner Edition, Heron opera III p. 156,1 über den Seitenbeginn unkorrekt ist. Das Blatt beginnt nicht mit *γίγνεται* sondern mit *ἐπὶ* (ed. Schöne 156,2).

[16] Vgl. z. B. Diophant II p. XLI oder W. Larfeld, Griechische Epigraphik (3) (Hdb. d. klass. Altertumswiss.) München 1914 p. 225.

über die Erklärung des Heron-Diophantschen Subtraktionssymbols der einfachsten der Vorzug zu geben ist, nämlich dass es sich um das Sampi handelt, dem man willkürlich auch die Funktion unseres Minuszeichens beigelegt hat. Der einzig wesentliche Einwand, der gegen diese Auffassung erhoben worden ist[17], ist der, dass Sampi auch als Zahlbuchstabe (= 900) gebraucht wird. Ich glaube aber, dass dieser Möglichkeit eben durch die Wahl der Majuskelform des Sampi vorgebeugt worden ist, etwa so wie wir heute die Bezeichnungen für die trigonometrischen Funktionen nicht kursiv drucken, um sie von algebraischen Buchstabenbezeichnungen zu unterscheiden.

Die Verwendung der Episemata für mathematische Symbole[18] ist an sich naheliegend genug, wie ja gerade die Verwendung dieser Zeichen ausserhalb der Alphabetbuchstaben in Figuren zeigt. Dagegen scheint mir kein Anlass zu der Annahme vorzuliegen, nun etwa Heron als den Erfinder dieser Symbolik anzusehen. Es wird sich auch hier um eine viel ältere Tradition jenes mehr algebraisch orientierten Zweiges der mathematischen Literatur des Altertums handeln, dessen zufällig allein erhaltene Reste die Schriften Herons und Diophants bilden.

[17] Heath, Diophant p. 43.

[18] Vermutlich ist auch Diophants Symbol für die unbekannte Zahl (*ἀριθμός*) nichts anderes als Waw oder Koppa. Die Diskussion der Zeichenformen gibt Heath, Diophant p. 57 ff., denkt aber auch hier an eine Ligatur *αρ*.

LITERATURVERZEICHNIS

Diophant: Diophanti Alexandrini opera omnia, ed. P. TANNERY, Leipzig, Teubner, 1893 u. 1895 (Bibl. Teubneriana Nr. 1192 u. 1293).

Heath, Diophant: F. L. HEATH, Diophantos of Alexandria, A study in the history of Greek Algebra 2d ed., Cambridge, University Press, 1910.

Heron III: s. Literaturverzeichnis zu [1] s. v. Heron, Dioptra.

KEIL [1]: BR. KEIL, Eine Halikarnassische Inschrift, Hermes **29** (1894) p. 249 ff.

ROME [1]: A. ROME, Le problème de la distance entre deux villes dans la Dioptra de Héron, Ann. de la Soc. sci. de Bruxelles **52** (1922–23), 2-me partie, Mémoires, p. 234 ff.

TANNERY [1]: P. TANNERY, Sur le symbole de soustraction chez les Grecs, Mémoires scientifiques 3 p. 208*.

* Wiederabdruck aus Bibliotheca Mathematica 3. Folge **5** (1904) S. 5 ff. Es ist zu beachten, dass in dem Wiederabdruck gerade das entscheidende Zeichen in der 5-ten Zeile zwischen *οδ* und *ι'δ'* ausgefallen ist!

Indleveret til Selskabet den 20. Januar 1939.
Færdig fra Trykkeriet den 18. Februar 1939.